第 1 講　文字式の証明

Step 1

1　3けたの正の整数から，その数の各位の数の和をひくと，9の倍数になることを次のように証明した。［ア］～［エ］にあてはまる数や式を入れなさい。

［証明］

3けたの正の整数の百の位の数を a，十の位の数を b，一の位の数を c とすると，この整数は $100a + 10b + c$ と表される。また，この整数の各位の数の和は［ア］と表される。3けたの正の整数から，その数の各位の数の和をひくと

$(100a + 10b + c) - ($［ア］$) =$［イ］

$=$［ウ］(［エ］)

［エ］は整数だから，［ウ］(［エ］)は9の倍数である。

したがって，3けたの正の整数から，その数の各位の数の和をひくと，9の倍数になる。

【青森県】

2　連続する3つの整数の性質について，次のように説明するとき，［ア］～［ウ］に当てはまる式を，［エ］に当てはまる数を，それぞれ書きなさい。

（説明）　連続する3つの整数のうち，真ん中の整数を n とすると，

もっとも大きい整数は［ア］

もっとも小さい整数は［イ］

と表すことができる。

もっとも大きい整数の2乗からもっとも小さい整数の2乗をひくと，

(［ア］$)^2 - ($［イ］$)^2 =$［ウ］

となる。

よって，連続する3つの整数には，もっとも大きい整数の2乗からもっとも小さい整数の2乗をひいた値が，真ん中の整数の［エ］倍となる性質がある。

【北海道】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

Step　2

3　まさとさんは，右のように，縦５つ，横５つのマス目の中に，左上から順に右へ５つずつ，１から25までの整数を書き並べた表をつくった。この表をもとに，この表の中に並んでいる数について，どんなきまりがあるかを予想し，このことについて，文字式を使って証明した。次は，まさとさんがまとめたノートの一部である。このとき，下の(1)・(2)の問いに答えなさい。

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

まさとさんのノート

表の中の，縦，横２つずつの正方形の形に並んでいる４つの整数において，下２つの数の積から上２つの数の積をひくと，

例１

1	2
6	7

例２

2	3
7	8

　例１の４つの数１，２，６，７では，40

　例２の４つの数２，３，７，８では，50

となった。

このことから，下２つの数の積から上２つの数の積をひくと，その差は10の倍数になると予想できる。

【予想したことの証明】

正方形の形に並んだ４つの整数について，左上の数を整数 n とすると，右上の数は［ア］，左下の数は［イ］，右下の数は［ウ］と表される。このとき，

［エ］

(1)　［ア］～［ウ］に当てはまる文字式をそれぞれ書け。

(2)　［エ］には，証明の続きが入る。［エ］に入る内容を，言葉と式を使って書け。

【高知県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

Step　3

4　2けたの正の整数Mがある。この整数の十の位の数と一の位の数との和をNとする。このとき，$M^2 - N^2$ は9の倍数であることを，文字式を使って証明せよ。

【香川県】

5　2つの奇数の積は奇数であることを，Aさんは次のように証明した。

【Aさんの証明】

> n を整数とすると，2つの奇数は $2n + 1$，$2n + 3$ と表される。
> このとき，2つの奇数の積は，
> $$(2n + 1)(2n + 3) = 4n^2 + 8n + 3$$
> $$= 2(2n^2 + 4n + 1) + 1$$
> $2n^2 + 4n + 1$ は整数だから，これは奇数である。
> よって，2つの奇数の積は奇数である。

このとき，次の問いに答えよ。

(1)　Aさんの証明は正しくない。その理由を書け。

(2)　2つの奇数の積は奇数であることを証明せよ。

【福井県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

〈 ***Note*** 〉

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

第１講　文字式の証明

Step 1

1　ア．$a + b + c$　イ．$99a + 9b$　ウ．9　エ．$11a + b$

2　ア．$n + 1$　イ．$n - 1$　ウ．$4n$　エ．4

≪解説≫

ウ．$(n+1)^2 - (n-1)^2 = (n^2 + 2n + 1) - (n^2 - 2n + 1) = 4n$

Step 2

3　(1) ア．$n + 1$　イ．$n + 5$　ウ．$n + 6$

(2) 下２つの数の積から上２つの数の積をひいた差をnを用いて表すと，$(n+5)(n+6) - n(n+1) = n^2 + 11n + 30 - n^2 - n = 10n + 30 = 10(n+3)$となり，$n + 3$は整数なので，$10(n+3)$は10の倍数。よって，下２つの数の積から上２つの数の積をひくと，その差は10の倍数になる。

≪解説≫

(1) 右上の数は左上の数より１大きいので，$n + 1$，また，下に１段下ると数は５増えるので，左下の数は$n + 5$，右下の数は，$(n+1) + 5 = n + 6$

Step 3

4　（証明）整数Mの十の位の数をx，一の位の数をyとすると，$\mathrm{M} = 10x + y$，$\mathrm{N} = x + y$と表せる。したがって，$\mathrm{M}^2 - \mathrm{N}^2 = (10x + y)^2 - (x + y)^2 = 100x^2 + 20xy + y^2 - x^2 - 2xy - y^2 = 99x^2 + 18xy = 9(11x^2 + 2xy)$　$11x^2 + 2xy$は整数だから，$\mathrm{M}^2 - \mathrm{N}^2$は９の倍数である。

5　(1)（理由）Aさんの証明は，連続する２つの奇数についてのみ示していて，すべての場合を証明できていないから。

(2)（証明）m，nを整数とすると，２つの奇数は，$2m + 1$，$2n + 1$と表せる。このとき，２つの奇数の積は，$(2m+1)(2n+1) = 4mn + 2m + 2n + 1 = 2(2mn + m + n) + 1$　$2mn + m + n$は整数だから，これは奇数である。よって，２つの奇数の積は奇数である。

≪解説≫

(1) $2n + 1$，$2n + 3$は連続する２つの奇数を表している。場合を限定した証明では，すべての場合で正しいとはいえない。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。